

利用複擺演示平行軸定理

李明駿^a、朱慶琪^b

^a 中央大學理學院學士班一年級，桃園縣中壢市

^b 中央大學物理系，桃園縣中壢市

摘要

利用自行設計製作的教具，來演示平行軸定理。此教具亦可以用來測量物體的轉動慣量。

原理

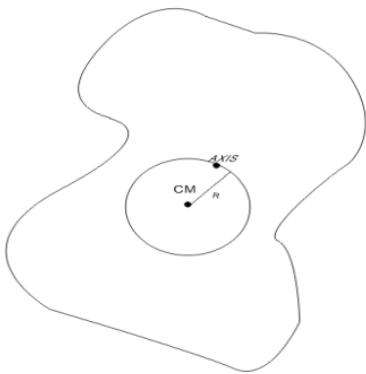
複擺週期：

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{MgR}} \quad (1)$$

其中 I 為轉動慣量， M 為複擺質量， R 為轉軸到質心的距離。

如圖一及平行軸定理可知，若繞通過質心的轉軸 O 的轉動慣量為 $I_{C.M.}$ ，而另一轉軸 O' 平行 O 且相距 R ，則繞轉軸 O' 的轉動慣量為：

$$I = I_{C.M.} + MR^2 \quad (2)$$



圖一。

教具設計

由原理的說明可知，若以質心為圓心挖出半徑 R 的圓孔，再以圓周上任一點為支點轉動，其轉動慣量都是一樣的。接下來由式(1)可推得，因為轉動慣量一樣的緣故，其擺動週期亦會相同。因此若測量以圓周任一點為支點作小擺動的週期均相同，則可驗證平行軸定理。另外，我們也可以測得週期後，再由式(1)求出複擺的轉動慣量。

圖二至圖五分別是支架及不同形狀擺片架設於支架擺動的狀況。



圖二：支架



圖三：簡單的形狀的複擺



圖四：具對稱形狀的複擺



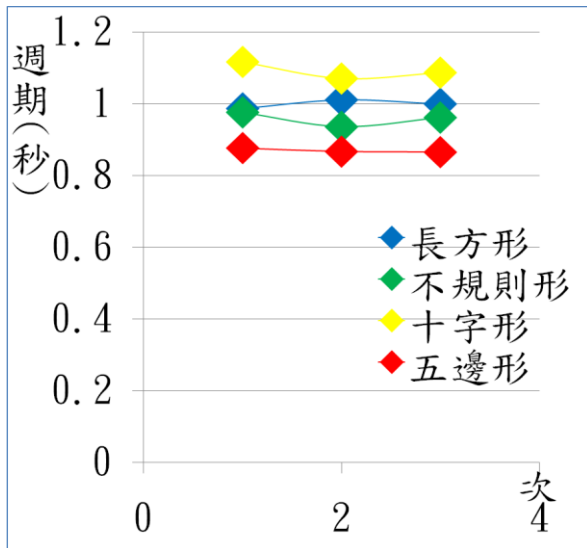
圖五：任意形狀的複擺

實驗支架的設計重點在方形截面的轉軸，轉軸穿過壓克力組成的主體結構固定。轉軸表面以磨床加工使其足夠光滑、並使邊緣具備刀口的特性，以便架上擺片後可以順利進行小角度擺動，不致於有滑動的情況產生。材質為不銹鋼（具備磁性，方能架於磨床加工）。複擺以透明壓克力製成，以質心為圓心挖出半徑為 R 的圓孔。製作完成後架在支架的轉軸以小角度擺動，以可穩定擺動為準。

實驗

各種形狀的複擺以質心為圓心，挖出半徑為R的圓，以圓周上任何一點當支點，以小幅度的擺動測量擺動週期，觀察是否轉軸不管在圓上哪一點當支點，它們的擺動週期都相同。

實驗數據：



圖六：測量不同形狀的複擺在任意三個支點上的週期

	長方形	不規則形	十字形	五邊形
--	-----	------	-----	-----

1	0.9874(s)	0.9773(s)	1.1176(s)	0.8774(s)
---	-----------	-----------	-----------	-----------

2	1.0115(s)	0.9367(s)	1.0711(s)	0.8674(s)
---	-----------	-----------	-----------	-----------

3	1.0000(s)	0.9627(s)	1.0876(s)	0.8658(s)
---	-----------	-----------	-----------	-----------

表一 測量不同形狀的複擺在任意三個支點上的週期數據

結論

由圖六及表一可知，不管複擺的形狀如何，在圓周上任一支點所測的週期均非常相近，此結果與平行軸定理的推論相符。透過本實驗的設計可以將平行軸定理以接近直觀的方式呈現，避免透過想向來學習此一定理。

參考文獻

[1] Bruce Denardo, "Demonstration of the Parallel-Axis Theory," Phys.Teach. **36**, 56-57 (1998).

關鍵詞

平行軸定理 (parallel axis theory)、轉動慣量(moment of inertia)、質心 (center of mass)