

單擺與錐擺

高聖琦^a、朱慶琪^b

^a 國立中央大學理學院學士班一年級，桃園縣中壢市

^b 國立中央大學物理系，桃園縣中壢市

摘要

擺長相同的單擺與錐擺，若以同角度釋放開始擺動，誰的週期長？在本實驗中，我們製作教具做實物的演示，並對這兩種擺做定量的分析討論。

目的

擺長相同、並以相同擺角做運動的單擺與錐擺，到底誰的週期底較長？實驗中將就驗證理論製作教具，來演示單擺和錐擺，各個角度的運動關係。

原理

理想單擺運動的週期與擺長、重力加速度有關(無關擺錘質量)，其週期公式為

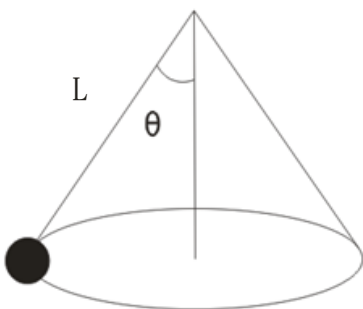
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1)$$

其中 T 為單擺周期、 L 為單擺擺長、 g 為重力加速度。

而錐擺的轉動周期會與角度(錐擺角度)有關，如公式

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \theta}{g}} \quad (2)$$

其中 T 為錐擺周期、 L 為錐擺擺長、 θ 為錐擺與鉛直線的夾角， g 為重力加速度。



實驗

製作的教具主要演示以下現象：錐擺的週期小於或等於單擺的週期(因為 $\cos \theta \leq 1$)。

我們的設計中，將馬達接上減速器，另一頭再連接可變電阻與電源。如此一來即可直接控制錐擺的週期(每一種週期對應錐擺的一個擺角，因而控制了角度)。

實驗中兩擺的擺長固定，用角度的變化來討論是否錐擺永遠比單擺快。下圖為裝置的細部照片，左為錐擺，右為單擺。



實驗

以光電計時器測量擺動十次的時

間，再算出平均週期。共紀錄兩組角度，擺長均為 13 cm， T_c 為錐擺週期， T_s 為單擺週期，數據如下：

單擺(simple pendulum)、錐擺(conical pendulum)

	$\cos\theta$	T_c (s)	T_s (s)	$T_s \times \sqrt{\cos\theta}$ (s)
一	0.92	0.7764	0.7854	0.75
二	0.92	0.7701	0.7916	0.76
三	0.92	0.7736	0.7971	0.77
四	0.92	0.7711	0.7814	0.75
五	0.92	0.7634	0.7862	0.76
平均		0.7709	0.7884	0.76

	$\cos\theta$	T_c (s)	T_s (s)	$T_s \times \sqrt{\cos\theta}$ (s)
一	0.78	0.6767	0.7979	0.70
二	0.78	0.6810	0.7789	0.69
三	0.78	0.6870	0.7971	0.70
四	0.78	0.6832	0.7814	0.69
五	0.78	0.6848	0.7862	0.69
平均		0.6825	0.7883	0.69

結果討論

由以上兩組數據顯示，實驗測得的錐擺週期的確比單擺快。與理論值比較的誤差來源，推估主要來自兩項：其一、未考慮週期在非小角度下擺動的修正；其二、因為空氣阻力導致的阻尼效應。此兩因素將是未來研究的目標。

參考文獻

- [1] Harris Benson, *University Physics* (John Wiley and sons, inc. 1995), revised, chap.6

關鍵字