

# 單擺與複擺

黃朝暉<sup>a</sup>、朱慶琪<sup>b</sup>

<sup>a</sup> 國立中央大學理學院學士班一年級，桃園縣中壢市

<sup>b</sup> 國立中央大學物理系，桃園縣中壢市

## 摘要

質量相同的球（單擺）跟棒子（複擺），誰擺動的週期較快？我們設計製作此實驗教具，演示單擺與複擺兩者的週期與擺長的關係。利用互動的演示過程詮釋轉動慣量的物理意義，以及小角度擺盪週期運動的特性。此教具亦可用來測量物體的轉動慣量。

## 原理

單擺在小角度擺動時的週期成立於擺線無質量，且擺錘可視為一質點時。其公式如下：

$$T_S = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1)$$

其中  $T_S$  為單擺週期、 $L$  為單擺擺長、 $g$  為重力加速度。

而複擺在小角度擺動時週期則為：

$$T_P = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} \quad (2)$$

其中  $T_P$  為複擺週期、 $I$  為複擺相對於轉軸的轉動慣量、 $m$  為複擺質量、 $g$  為重力加速度， $d$  為質心到轉軸的距離。

由式(1)及(2)可以看出，在質量相同且單擺擺長與複擺長度相同的情況下，複擺會有較短的週期。進一步計算顯示，當單擺的擺長縮短至特定值時，其週期將與複擺相同。此值取決於複擺的形狀（轉動慣量），因此也可以藉由測量單擺與複擺週期相同時的擺長，來推估任意形狀的複擺其轉動慣量大小。

## 設計

為了同時觀察單擺與複擺的週期，我們設計支架的中間隔板為透明壓克力，可以同時看到兩種擺的擺動。同時為了觀察單擺何時與複擺會有相同週期，我們必須可以快速

調整單擺的擺長，所以我們設計了兩種收線裝置來調整擺長，分別是為大提琴（粗調）及吉他（微調）的調弦器。詳附圖。

## 製作

a. 第一版：

第一次製作時僅有粗調節鈕，可以快速調整擺長以達到單擺與複擺具有相同的週期實驗條件，但微調擺長較困難。



b. 第二版：

第二次製作時，為了得到更精確的數據，於是加上細調節鈕。除可微調外，還可以此裝置測量複擺的轉動慣量。圖中左側黑色的旋鈕為粗調節鈕，右側銀色的為細調節鈕。







## 實驗

1. 以光電計時器紀錄複擺週期，另一端不斷改變單擺擺長，直到兩邊光電計時器所得之週期相同，此時紀錄單擺長度。
2. 由式(1)&(2)，當單擺與複擺週期相等時，我們可以得到：

$$mdL = I$$

其中  $L$  是兩者相同時單擺的擺長，可以測得。 $d$  是複擺質心到支點距離， $m$  是複擺質量、 $I$  是複擺相對於支點的轉動慣量、也就是我們欲推估的物理量。實驗數據如下：

No. 1	
No. 2	
No. 3	
No. 4	

No. 5	
-------	---

	No. 1	No. 2	No. 3	No.4	No. 5
Measured $T_S$ (s)	0.9714	1.094	1.093	1.300	1.079
Measured $T_P$ (s)	0.9710	1.090	1.096	1.302	1.086
$m$ (kg)	0.310	0.300	0.575	0.300	0.110
$L$ (m)	0.2164	0.2920	0.2920	0.4150	0.2840
$d$ (m)	0.1110	0.2350	0.1940	0.2090	0.2000
$I$ (kg · m <sup>2</sup> )	0.00750	0.0206	0.0326	0.0260	0.00630

## 結果

1. 質量相同且單擺擺長與複擺長度相同的情況下，複擺會有較短的週期。
2. 此裝置可以量測單擺與複擺相同週期時單擺的擺長，來推估複擺的轉動慣量。

## 參考文獻

- [1] Young & Freedman, *University Physics with Modern Physics*, 11th Edition, Chap. 11. & 15.
- [2] Harris Benson, *University Physics*, (John Wiley & Sons, Inc.), Chap. 15.